

Rekendidactiek van ffRekenen in beeld

De doelgroep van ffRekenen is (jong)volwassenen die beter willen worden in functioneel rekenen. Deze (jong)volwassenen in onze maatschappij hebben een zeer diverse onderwijsachtergrond. Op de basisschool zijn verschillende didactieken gebruikt en een deel van de doelgroep heeft zijn 'roots' niet in het Nederlandse basisonderwijs.

Deze doelgroep is daarom ook niet gebaat bij het voorschrijven van één rigide aanpak. Ons uitgangspunt is dat cursisten vrij zijn om hun 'eigen' rekenstrategieën in te zetten. Pas als zij daarmee niet tot een goede oplossing van een bepaald type opgaven komen, biedt ffRekenen voor dat type opgaven een aanpak die bestaat uit een visualisatie van het onderliggende rekenconcept. Die visualisatie of verbeelding is zo gekozen, dat ze vanuit concrete voorbeelden komen tot het concept. De aanvliegroute via een abstracte definitie wordt vermeden. Veel van de gekozen visualisaties sluiten aan bij de in het basisonderwijs gehanteerde moderne rekendidactiek.

In ffRekenen worden voor de uitleg van rekenconcepten animaties gebruikt. Stapsgewijs wordt vanuit een concrete situatie naar een visualisatie van het concept toegewerkt. Die visualisatie wordt later ook weer gebruikt in de feedback bij de opgaven en bij de automatiseringsoefeningen.

Uit de praktijk is gebleken dat de meeste cursisten de uitleg in de animaties van ffRekenen redelijk snel begrijpen, maar dat het toepassen van de concepten in de opgaven pas echt verdiepend inzicht geeft.

De koppeling tussen het beeld van de uitleg en het beeld van de feedback is dus heel belangrijk.

In het volgende worden in vogelvlucht de visualisaties van de rekenconcepten toegelicht voor:

- getallen
- optellen
- aftrekken
- vermenigvuldigen
- delen
- procenten
- rekenen met kommagetallen
- omrekenen van eenheden
- aanpak complexere rekenproblemen

De didactische route naar deze visualisaties wordt niet in dit document getoond. Die route is het best te ervaren door naar de animaties in het programma ffRekenen te kijken.

Getallen

In de leereenheid *Tellen en getallen* wordt toegewerkt naar begrippen als eenheden, tientallen en honderdtallen.

Samenvattend:

De plaats van een cijfer in een getal geeft de waarde van het cijfer aan. Ieder getal van drie cijfers bestaat uit honderdtallen, tientallen en eenheden. Soms is een getal precies een aantal honderdtallen. Op de plaats van de tientallen en eenheden staat dan een nul.

De verbeelding van dit concept is als volgt met een zogenaamd HTE-schema vormgegeven:



Optellen

Bij ffRekenen gaat optellen als volgt: eerst het optellen van honderdtallen bij honderdtallen, dan tientallen bij tientallen en dan eenheden bij eenheden; in die volgorde. Na de eerste stap is daarmee direct de orde van grootte van het antwoord bekend. Dat is een kenmerk van de didactiek in ffRekenen: zo dicht mogelijk blijven bij de betekenis van de gehanteerde getallen.

Kortom: $312 + 452$ start met het $300 + 400 = 700$, hetgeen gelijk een idee geeft van de grootte van het antwoord.

In de leereenheid optellen is het totaal van een optelling beperkt tot getallen onder 1000.

Ook hier wordt eerst het HTE-schema gehanteerd; getallen worden uitgesplitst naar tientallen en eenheden, daarna overeenkomstig geordend en dan pas opgeteld.

Later wordt het schema 'in gedachten' toegepast.

Van beide situaties wordt een voorbeeld in stappen gegeven.

Optellen met HTE-schema

Stap1







H	T	E
	1	4
	1	7

Stap2





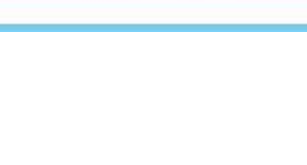


H	T	E
	1	0
		4
	1	0
		7

Stap 3

	H	T	E
		1	0
		1	0
			4
			7
			
			
			
			

Stap 4

	H	T	E
		1	0
		1	0
		1	1
		3	1
			
			

Optellen zonder HTE-schema

Stap 1

BANK GENUA 3-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 3-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 210 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	275.- UIT ONZE FOLDER!
BANK GENUA 2-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 2-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 151 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	175.- UIT ONZE FOLDER!

275

175

_____ +

Stap 2

BANK GENUA 3-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 3-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 210 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	275.- UIT ONZE FOLDER!
BANK GENUA 2-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 2-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 151 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	175.- UIT ONZE FOLDER!

200

70

5

100

70

5

_____ +

Stap3

BANK GENUA 3-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 3-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 210 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	275.- UIT ONZE FOLDER!
BANK GENUA 2-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 2-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 151 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	175.- UIT ONZE FOLDER!

Handwritten calculation:

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 100 \\
 \boxed{70} \\
 \boxed{70} \\
 5 \\
 5 \\
 \hline
 +
 \end{array}$$

Stap 4

BANK GENUA 3-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 3-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 210 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	275.- UIT ONZE FOLDER!
BANK GENUA 2-ZITS PU ANTRA	PRIJS
 2-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 151 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	175.- UIT ONZE FOLDER!

Handwritten calculation:

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 100 \\
 100 \\
 40 \\
 \boxed{5} \\
 \boxed{5} \\
 \hline
 +
 \end{array}$$

Stap5

BANK GENUA 3-ZITS PU ANTRA		PRIJS
	3-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 210 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	275.-
		UIT ONZE FOLDER!

BANK GENUA 2-ZITS PU ANTRA		PRIJS
	2-zits bank Genua. Gemaakt van kunstleder. Kleur antraciet. Afmetingen: breedte 151 cm. rughoogte 90 cm en diepte 83 cm.	175.-
		UIT ONZE FOLDER!

200
100
100
50

450 +

Aftrekken

ffRekenen hanteert een methodiek voor aftrekken die veel overeenkomsten vertoont met de traditionele wijze van aftrekken; zeker als de aftrekking 'probleemloos' is, zoals bij volgend voorbeeld.

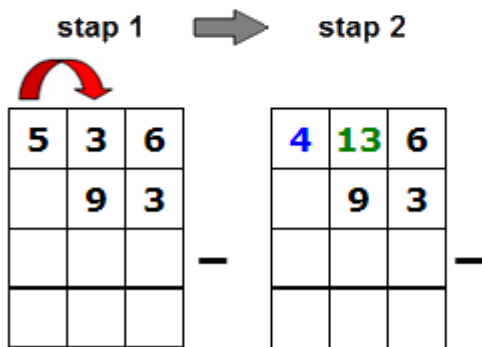
$$49 - 35 = \boxed{}$$

	4	9
	3	5

—

In geval er een 'tekort' aan eenheden, tientallen of honderdtallen ontstaat, zoals bij volgend voorbeeld, wordt bij ffRekenen eerst helder gemaakt dat het tekort aan eenheden wordt opgelost door een tiental aan te breken.

$$536 - 93 = \boxed{}$$



Vermenigvuldigen

Bij vermenigvuldigen worden allereerst de tafels van 1 t/m 10 geleerd en geautomatiseerd. En ook de tafels van het tien- en honderdvoudige, zodat 6 x 80, 60 x 80 en 6 x 800 geen problemen meer opleveren.

In ffRekenen wordt daarna het volgende beeld gebruikt om een vermenigvuldiging te concretiseren. De te vermenigvuldigen getallen worden opgesplitst in honderdtallen, tientallen en eenheden (en zo verder ook achter de komma). Zo ontstaat de onderverdeelde rechthoek.

Per veld wordt als het ware de oppervlakte uitgerekend.

Het totaal is natuurlijk ook het totaal van de vermenigvuldiging.

$$\begin{array}{r}
 24 \\
 13 \times \\
 \hline
 200 \\
 40 \\
 60 \\
 12 \\
 \hline
 312 +
 \end{array}$$

	20	4
10	200	40
3	60	12

In een latere fase wordt de verdeling in velden als geheugensteuntje gememoriseerd.

$$\begin{array}{r}
 30 + 3 \circ \circ \circ \quad \textcircled{33} \\
 20 + 5 \circ \circ \circ \quad \textcircled{25} \times \\
 \hline
 20 \times 30 = 600 \\
 20 \times 3 = 60 \\
 5 \times 30 = 150 \\
 5 \times 3 = 15 \\
 \hline
 825 +
 \end{array}$$

	30	3
20	600	60
5	150	15

Delen

ffRekenen laat cursisten eerst de tafels van deling leren en automatiseren.

Dan volgen ingewikkelder deelsommen. De mechanistische staartdeling wordt daarbij niet ingezet, omdat deze niet veel inzicht geeft in het oplossen van een deelsom.

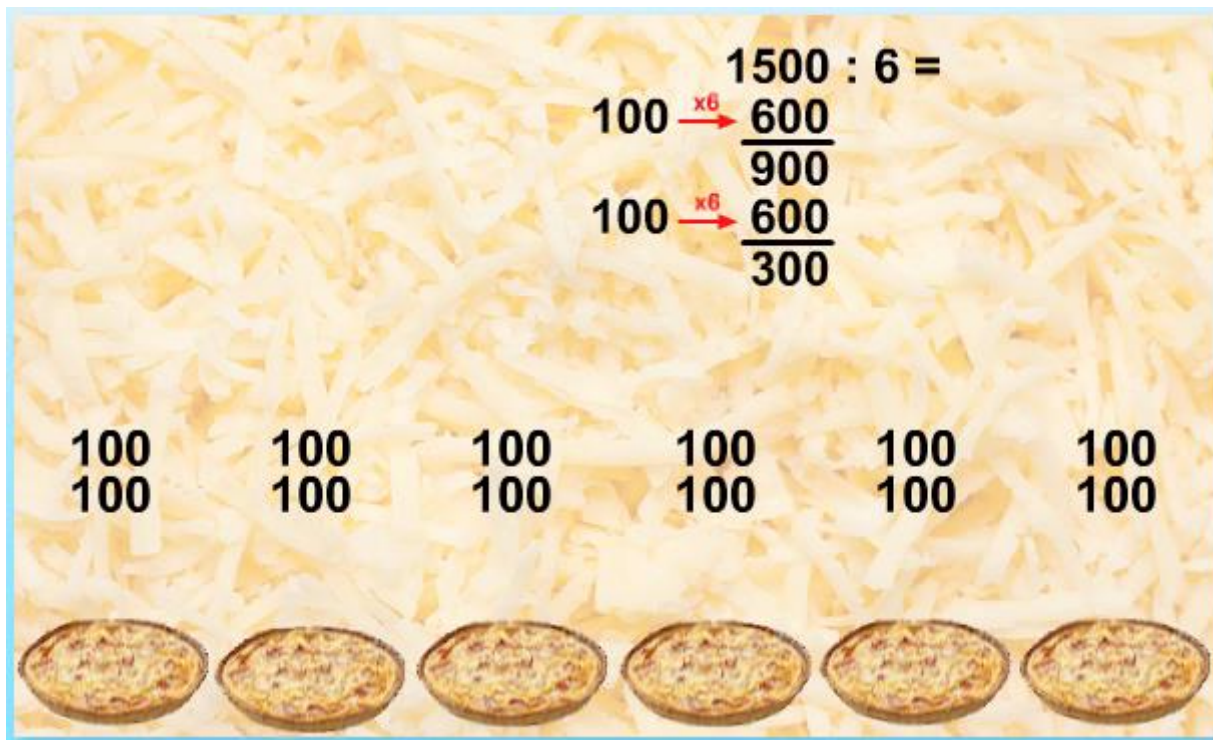
In ffRekenen is gekozen voor het afhalen van porties van een begin-getal.

De grootte van de porties moet steeds door de cursisten worden bepaald.

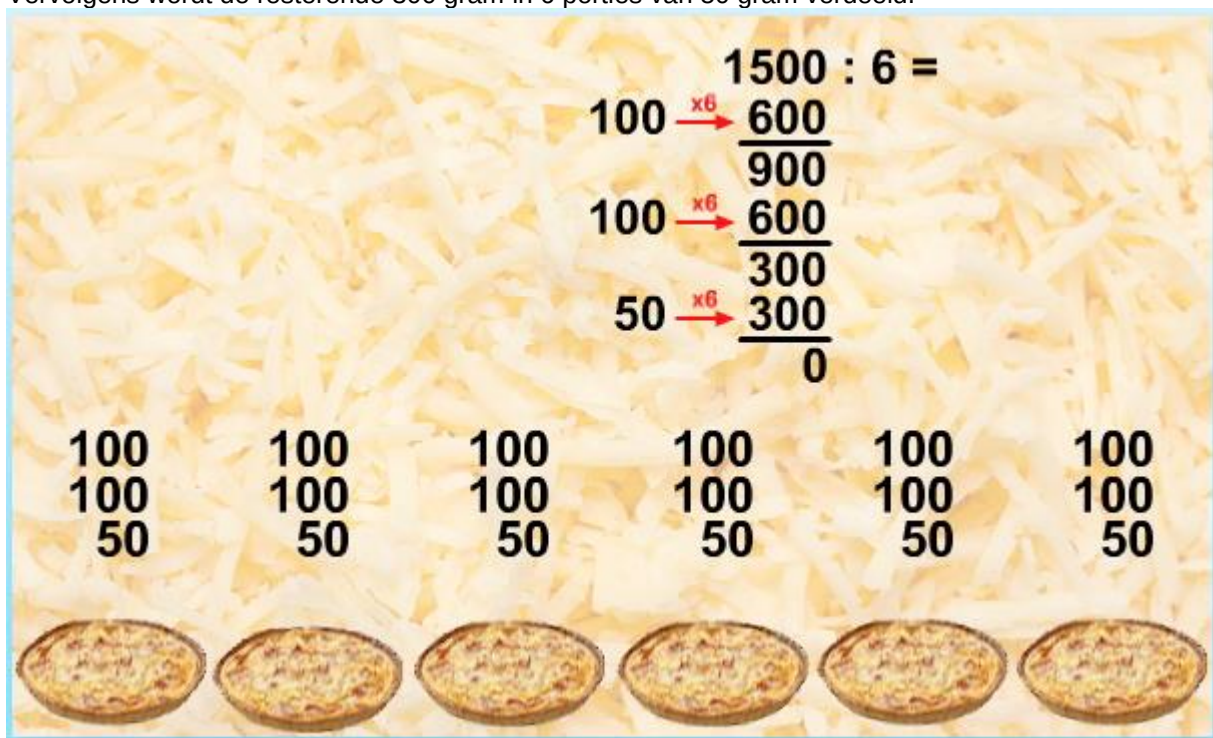
Er wordt bij de oefeningen gestreefd naar een verkorting van het aantal stappen, maar wél in het tempo van de cursist.

Dit voorbeeld gaat om het verdelen van 1500 gram kaas in 6 porties. In het voorbeeld worden er eerst 2 maal 6 porties van 100 gram van de 1500 gram afgehaald. Het hadden ook 4 maal 6 porties van 50 gram mogen zijn, of 6 porties van 200 gram.

Er blijft nog 300 gram over om te verdelen.



Vervolgens wordt de resterende 300 gram in 6 porties van 50 gram verdeeld.



Tel het gewicht van de uitgehaalde porties op en je hebt de uitkomst van de deling.

The diagram illustrates the division $1500 : 6 = 250$ using a multiplication table and visual aids.

Multiplication Table:

100	$\times 6$	600
100	$\times 6$	600
50	$\times 6$	300
250		1500

Visual Representation: Six pizzas are shown, each divided into three equal parts. Each part is labeled with a multiplication table showing $100 + 100 + 50 = 250$.

Naarmate de cursist vaardiger is met de tafels van vermenigvuldiging, kan een grotere deling net zo snel opgelost worden als met een staartdeling (en bijna identiek). Zoals in volgend voorbeeld het maken van gehaktballen van 80 gram uit 2800 gram gehakt.

Het verschil blijft: vrijheid om kleinere porties van het begin-getal af te halen en inzicht in wat je werkelijk doet.

The diagram illustrates the division $2800 : 80 = 35$ using a multiplication table and visual aids.

Multiplication Table:

30	$\times 80$	2400
5	$\times 80$	400
35		2800

Visual Representation: A tray of ground meat is shown, with two meatballs below it. The multiplication table shows the calculation of 35 portions of 80 grams each.

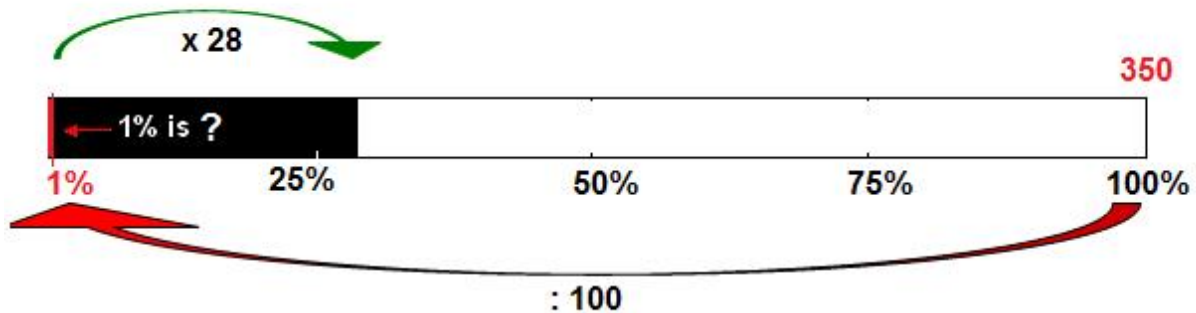
Procenten

Bij procenten wordt heel veel aandacht gegeven aan wat in de gegeven probleemsituatie nu precies de 100% is. Dit expliciet aan de orde stellen en bij elke probleemsituatie eerst vaststellen, voorkomt veel problemen bij opgaven waarin procenten voorkomen. Daarnaast wordt veel aandacht besteed aan het slim rekenen met 10%, 20%, etc, en 25%, 50% en 75% (1/10, etc., een kwart, de helft en drie-kwart).

Het basisconcept bij procenten blijft echter uiteindelijk de visualisatie van de tussenstap naar het berekenen van 1 procent en dan naar het gewenste percentage, ondersteund met het volgende model.

Top 3 afkeur APK

Na de verlichting (28 procent) zijn het remsysteem (17 procent) en banden (15 procent) de belangrijkste onderdelen waarop een auto bij een apk-keuring wordt afgekeurd.



Bij een APK-station zijn 350 auto's gekeurd.
Hoeveel auto's zijn er afgekeurd vanwege de verlichting?

Verhoudingen

Bij verhoudingen wordt de verhoudingstabel gebruikt om het concept te visualiseren. Er is veel aandacht voor de mogelijkheid van verdubbelen, halveren, etc.



Poffertjes (4 personen)

120 gram bloem,
1,2dl lauwe melk
3 eieren
4 gram gedroogde gist
1 theelepel zout

$\times 2$

<i>aantal personen</i>	4	8	
bloem (gram)	120	240	
melk (deciliter)	1,2	2,4	
eieren	3	6	
gist (gram)	4	8	
zout (theelepel)	1	2	

$\times 2$

Of



Poffertjes (4 personen)

120 gram bloem,
1,2dl lauwe melk
3 eieren
4 gram gedroogde gist
1 theelepel zout

$+$ $=$

<i>aantal personen</i>	4	8	12
bloem (gram)	120	240	
melk (deciliter)	1,2	2,4	
eieren	3	6	
gist (gram)	4	8	
zout (theelepel)	1	2	

$+$ $=$

Maar ook bij verhoudingen wordt uiteindelijk de stap gemaakt naar het terugrekenen tot een hoeveelheid/aantal **per** één andere hoeveelheid of eenheid.

Stap 1



A sizzling skillet of food, likely a Dutch 'ezelsbruggetje' (mnemonic), is shown next to a carton of eggs. The skillet contains a mixture of ingredients, including red bell peppers, green herbs, and a yellow base. The eggs are in a clear plastic carton.

aantal personen	1	4	10
aantal eieren	1,5	6	?

Diagram illustrating the relationship between the number of people and the number of eggs. A red arrow points from the value 10 in the 'aantal personen' row to the value 4 in the 'aantal eieren' row, labeled $: 4$. Another red arrow points from the value 6 in the 'aantal eieren' row to the value 10 in the 'aantal personen' row, labeled $: 4$.

Stap 2



A sizzling skillet of food, likely a Dutch 'ezelsbruggetje' (mnemonic), is shown next to a carton of eggs. The skillet contains a mixture of ingredients, including red bell peppers, green herbs, and a yellow base. The eggs are in a clear plastic carton.

aantal personen	1	4	10
aantal eieren	1,5	6	?

Diagram illustrating the relationship between the number of people and the number of eggs. A red arrow points from the value 10 in the 'aantal personen' row to the value 4 in the 'aantal eieren' row, labeled $\times 10$. Another red arrow points from the value 6 in the 'aantal eieren' row to the value 10 in the 'aantal personen' row, labeled $\times 10$.

Omrekenen van eenheden

Er zijn veel ezelsbruggetjes bedacht om het omrekenen van eenheden correct te kunnen uitvoeren. Voor zwakke rekenaars zijn deze ezelsbruggetjes nog altijd te abstract: ze blijven een trucje en ze geven geen inzicht. Daardoor blijft het voor veel cursisten ook toveren als 1,25 (meter) ineens 125 (centimeter) wordt.

Bij ffRekenen wordt als omrekeninstrument een 'dubbele getallenlijn' gebruikt om aan te geven dat wat gemeten is gelijk blijft, en dat er bij omrekenen alleen maar wordt overgestapt op een andere meeteenheid.

Deze omrekenmethodiek kan universeel worden ingezet bij alle omrekenproblemen: van tijd tot munteenheden, van gewicht tot kubieke maten.

De ankerpunten in dit voorbeeld zijn, dat 1 meter gelijk is aan 100 cm en 2 meter aan 200 cm. Cursisten leren dit soort dubbele getallenlijn te maken (en te verinnerlijken).



Aanpak complexere rekenproblemen

In ffRekenen is onder het tabblad Praktijkopgaven een groot aantal meer op de dagelijkse praktijk gerichte rekenopgaven opgenomen.

In deze opgaven worden de vaardigheden uit de leereenheden geïntegreerd en staat het bedenken van een oplossingsstrategie voorop.

In een praktijkopgave bestaat de oplossing uit meerdere denk- of rekenstappen.

Ook de praktijkopgaven zijn in minimaal vijf varianten aanwezig. Als het oplossen van de opgave in eerste instantie niet lukt, kunnen cursisten zich de oplossingsstrategie voor die specifieke opgave alsnog eigen maken.

Bij de praktijkopgaven krijgt een cursist gerichte ondersteuning als het zelfstandig oplossen niet (helemaal) lukt.

Er zijn twee vormen van ondersteuning.

De specifieke ondersteuning gaat in op voorspelbare foute antwoorden.

Voorbeeld specifieke ondersteuning

Het gegeven antwoord (€89,90) is een plausibele fout. De cursist heeft de aftrekking $100 - 89,90$ vergeten te maken.

Er komt een specifieke hint.



Nike sporttas

29,95



Babolat tennisracket Context

59,95

$$\begin{array}{r} 29,95 \\ 59,95 \\ \hline 89,90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100,00 \\ ? \\ - \\ ? \end{array}$$



Hoeveel houdt John over na het kopen van een sporttas en een tennisracket?

€

Nee.

Dat is de prijs voor een sporttas en een tennisracket.

John betaalt met 100 euro. Hoeveel krijgt hij terug?

20

OK



Bij niet-voorzien foute antwoorden wordt de oplossing in drie algemene stappen voorgestructureerd in de vorm van hints.

De hints zijn zo ontworpen dat zij het denkproces van de cursist op gang houden en sturen.

Ook na een of meerdere hints kan de cursist nog 'scoren'. Wél wordt geregistreerd dat het oplossen van de opgave niet zonder hulp is gegaan.

Voorbeeld algemene ondersteuning

1^{ste} hint

In principe worden bij een eerste hint de relevante gegevens en een globaal beeld van de oplossingsstrategie onder de aandacht gebracht.

Nike sporttas

29,95

Babolat tenn racket Contact

59,95

29,95
59,95
+
?

100,00
?
-
?

50 EURO

50 EURO

Hoeveel houdt John over na het kopen van een sporttas en een tenn racket?

2^{de} hint

Mocht dit onvoldoende zijn, dan volgt een tweede hint waarin de oplossing wordt aangedragen.

Nike sporttas

29,95

Babolat tenn racket Contact

59,95

29,95
59,95
+
89,90

100,00
?
-
?

50 EURO

50 EURO

Hoeveel houdt John over na het kopen van een sporttas en een tenn racket?

3^{de} hint

Hierna volgt eventueel nog een derde hint met een bijna complete uitwerking van de opgave.
Pas daarna wordt het antwoord weggegeven.



Nike sporttas

Babolat tenn racket Contect

29,95

59,95

$$\begin{array}{r} 29,95 \\ 59,95 \\ \hline 89,90 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 100,00 \\ - 89,90 \\ \hline ? \end{array}$$


Hoeveel houdt John over na het kopen van een sporttas en een tenn racket?